

POLITECHNIKA GDAŃSKA
WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ I ŚRODOWISKA

Katedra Wytrzymałości Materiałów

**Nieliniowa analiza MIES i monitoring konstrukcji
prętowo-ciężnowych**

Mikołaj Miśkiewicz

SPIS TREŚCI

Rozdział 1. Wstęp.....	5
1.1. Konstrukcje prętowo – ciągnowe	5
1.2. Teoria prętów.....	8
1.3. Aplikacja – monitoring konstrukcji	13
1.4. Struktura opracowania	16
Rozdział 2. Równania teorii prętów	19
2.1. Uwagi wstępne, ciało materialne typu pręt, pręt, opis ruchu.....	19
2.2. Całkowe i lokalne równania ruchu pręta	23
2.3. Tożsamość całkowa i zasada pracy wirtualnej dla prętów	27
2.4. Opis kinematyki pręta.....	31
2.5. Miary odkształceń pręta.....	36
2.6. Reprezentacja materialna.....	40
2.7. Geometria deformacji ciała typu pręt	43
2.8. Odkształcenia, naprężenia i warunki brzegowe w obszarze ciała typu pręt	49
2.9. Równania Konstytutywne, ogólna koncepcja.....	58
2.10. Równania Konstytutywne, pręty hipersprężyste	65
Rozdział 3. Prętowe elementy skończone.....	67
3.1. Notacja macierzowo – operatorowa	67
3.2. Zasada wirtualnych przemieszczeń	68
3.3. Linearyzacja równań problemu początkowo – brzegowego	69
3.3.1. Linearyzacja zasady wirtualnych przemieszczeń	69
3.3.2. Linearyzacja funkcjonału wewnętrznej pracy wirtualnej	70
3.3.3. Linearyzacja funkcjonału wirtualnej pracy sił bezwładności	72
3.3.4. Linearyzacja funkcjonału wirtualnej pracy sił zewnętrznych	74
3.4. Przemieszczeniowe prętowe elementy skończone	74
3.4.1 Prętowy element skończony	74
3.4.2 Założenia aproksymacji skończenie wymiarowej	75
3.4.3 Reguła transformacyjna	76
3.4.4 Dyskretyzacja skończenie elementowa	77
3.4.5 Węzłowe i elementowe stopnie swobody elementu skończonego pręta	78
3.4.6 Interpolacja pól podstawowych zmiennych kinematycznych	80
3.4.8 Prętowe elementy Lagrange’owskie.....	83

3.4.9 Dwuwęzłowy element typu krata-ciężno	85
3.4.10 Globalne równania macierzowe	89
Rozdział 4. Przykłady testowe	90
4.1. Wsporniki prosty i załamany, obciążone momentem lub siłą	91
4.2. Stateczność wspornika załamanego pod obciążeniem siłą.....	95
4.3. Stateczność wspornika obciążonego wzdłużnie i poprzecznie do osi	98
4.4. Wspornik zakrzywiony kołowo w planie obciążony siłą	99
4.5. Pierścień utwierdzony obciążony na końcu siłą	100
4.6. Kołowy pierścień składany dwoma momentami	102
4.7. Kratownica Misesa	105
4.8. Kabel zawieszony na różnych poziomach	106
Rozdział 5. Aplikacja, dach hali sportowej Olivia w Gdańsku	108
5.1. Opis układu.....	109
5.2. Obliczenia referencyjne dźwigara	111
5.3. Próbné obciążenie konstrukcji dachu	114
5.3.1. Model numeryczny i zakres obliczeń	115
5.3.2. Zakres pomiarów podczas próbnego obciążenia	119
5.3.3 Realizacja próbnego obciążenia	121
5.3.4. Wyniki próbnego obciążenia	123
5.3.5. Wnioski z próbnego obciążenia.....	127
5.3.6. Kalibracja modelu obliczeniowego	128
5.4. Monitoring stanu konstrukcji dachu hali Olivia	129
5.4.1 SMT OLIVIA-2	130
5.4.2 SMT OLIVIA-2 – podsystem obserwacyjny.....	131
5.4.3 SMT OLIVIA-2 – podsystem ostrzegawczy	132
5.4.4 Wyniki działania systemu SMT OLIVIA-2	135
Rozdział 6. Podsumowanie.....	143
6.1. Zakres teoretyczny.....	143
6.2 Zakres techniczny	145
Bibliografia.....	147
Streszczenie	154
Summary	155
DODATEK A. Krzywe przestrzenne, zagadnienia geometrii różniczkowej	156

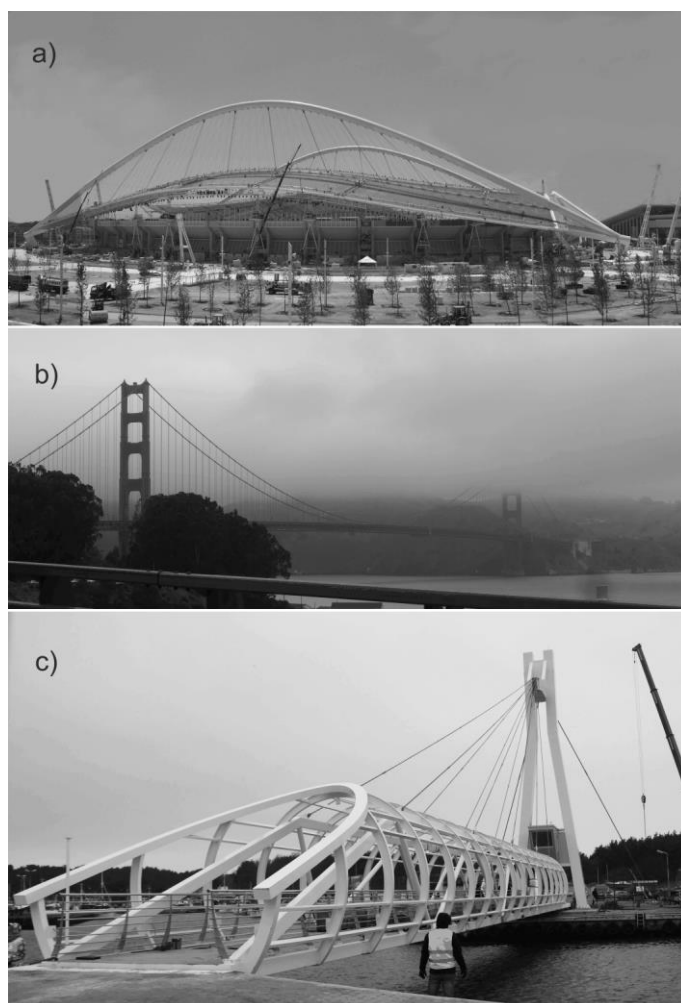
A.1 Parametryzacja krzywych przestrzennych, przykłady	156
A.2 Baza lokalna krzywej przestrzennej – trójścian Freneta.....	157
A.3 Pochodna Freneta, krzywizna i torsja	158
DODATEK B. Opis obrotów, parametryzacja grupy obrotów, akumulacja obrotów ...	162
B.1 Tensor ortogonalny	162
B.2 Tensor skośnie symetryczny	162
B.3 Obrót właściwy, grupa obrotów $SO(3)$	162
B.4 Twierdzenie Eulera o obrotach	163
B.5 Mały obrót, przestrzeń styczna do grupy obrotów.....	163
B.6 Uwagi o parametryzacji obrotów	164
B.7 Parametryzacja kanoniczna.....	166
B.8 Parametryzacja Cayleya – Kleina, pseudowektor Rodriguesa.....	168
B.9 Rotacja wektorów bazowych i akumulacja obrotów	169
B.10 Pochodna kierunkowa obrotu.....	171
B.11 Relacje pomiędzy przyrostem obrotu zapisanym w różnych przestrzeniach stycznych	172
DODATEK C. Interpolacja	175
C.1 Klasyczna interpolacja w przestrzeni liniowej.....	175
C.2 Interpolacja tensora obrotu na $SO(3)$	176
C.3 Interpolacja wirtualnego obrotu na $so(3)$	178
DODATEK D. Całkowanie numeryczne, blokada, formy pasożytnicze	179
D.1 Całkowanie numeryczne.....	179
D.2 Całkowanie pełne, blokada/zakleszczenie rozwiązań	181
D.3 Całkowania zredukowane, formy pasożytnicze/zero-energetyczne	182
DODATEK E. Metoda kontynuacyjna, sterowania rozwiązaniem nieliniowym	183
E.1 Technika sukcesywnej linearyzacji, metoda Newtona.....	183
E.2 Procedura przyrostowo-iteracyjna dla problemu statyki prętów.....	185
E.3 Aktualizacja zmiennych konfiguracyjnych	186
E.4 Zasadnicze problemy implementacji procedury iteracyjnej	187
E.5 Charakterystyka zagadnienia nieliniowego	187
E.6 Cel algorytmu.....	188
E.7 Uogólniona metoda kontynuacyjna.....	189
E.8 Kontrola zbieżności iterowanego rozwiązania.....	190
E.9 Sterowanie i kontrola procesu rozwiązania.....	191

E.10 Kontrola zbieżność procesu iteracyjnego.....	192
E.11 Wyznaczanie nieliniowych punktów bifurkacji techniką zaburzeń.....	193
DODATEK F. Autorski program do nieliniowej analizy konstrukcji prętowo – ciągnowych	193
F.1 Budowa programu autorskiego B6.....	193
F.2 Gospodarka pamięcią komputera	196
F.3 Dane strukturalne	196
F.4 Dane sterujące rozwiązaniem nieliniowym	199
F.5 Wyniki	201

Rozdział 1. Wstęp

1.1. Konstrukcje prętowo-ciężnowe

Ustroje ciężnowo-prętowe stosuje się w różnych dziedzinach inżynierii lądowej (rys. 1.1). Ustroje tego typu pozwalają na realizację konstrukcji o ekstremalnych rozpiętościach i wysokościach. Cechą charakterystyczną tego typu struktur jest wykorzystanie wiotkich ciężen jako podstawowych elementów nośnych. Konstrukcję Stadionu Olimpijskiego w Atenach opisano w pracy MIŚKIEWICZ [2005].



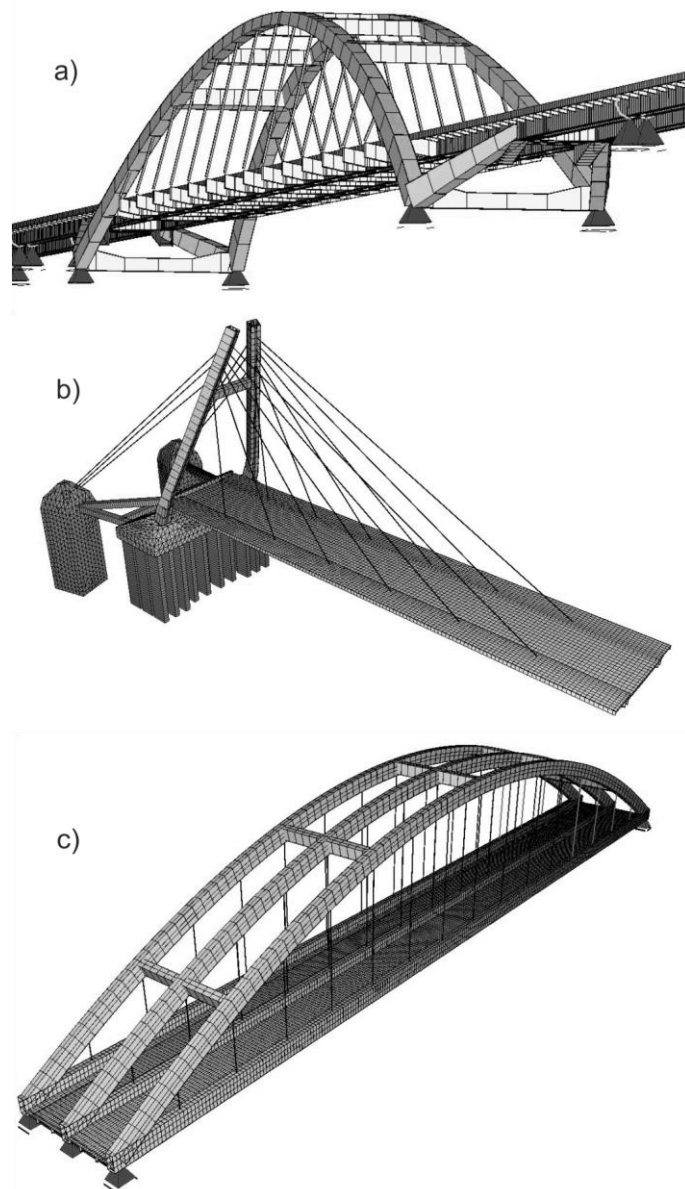
Rys. 1.1. Przykłady konstrukcji prętowo-ciężnowych: a) dach nad Stadionem Olimpijskim w Atenach (Grecja); b) Golden Gate w San Francisco (USA); c) kładka dla pieszych w Ustce (Polska)

Spośród wszystkich konstrukcji prętowo-ciężnowych można wydzielić grupę ustrojów quasi-niezmiennych, tj. takich, w których układ prętowy, otrzymany z ciężnowego na drodze zamiany wszystkich ciężen na pręty zdolne przejmować siły ściskające, jest geometrycznie niezmienny. Właśnie stabilizacja konstrukcji jest warunkiem jej prawidłowej eksploatacji.

Zastosowany układ siatki, jak wskazuje PIERELMUTER [1972], pozwala na podział tych konstrukcji na dwie podstawowe grupy. Pierwszą z nich stanowią wszelkiego rodzaju wiszące powłoki utworzone z siatek naciągniętych na sztywny kontur, jak np. sieć trakcyjna komunikacji kolejowej i miejskiej oraz siatki stosowane w urządzeniach anten. Druga grupa obejmuje mosty, konstrukcje masztowe i ciągnowo-prętowe przekrycia o dużej rozpiętości.

Wykorzystywane tu wstępne naciągi lin o wysokiej wytrzymałości pozwalają na projektowanie nietypowych rozwiązań konstrukcyjnych oraz regulację sił wewnętrznych. Niepodważalnymi zaletami konstrukcji prętowo-ciężnowych są: wyrazistość schematów konstrukcyjnych (statycznych), możliwość przekrycia znacznych powierzchni czy pokonania znacznych rozpiętości przy stosunkowo niewielkim udziale ciężaru własnego ustroju nośnego, racjonalne wykorzystanie własności wytrzymałościowych materiałów konstrukcyjnych, montaż bez wykorzystania rusztowań i pomostów oraz wysokie walory architektoniczne. Podstawową wadą tego typu konstrukcji jest zaś ich duża odkształcalność, w tym silne zjawiska aerosprężyste i trudności we właściwym rozwiązaniu zakotwień ciężenia. W przypadku tego rodzaju struktur wyłączenie z pracy kilku ciężeni może spowodować katastrofę. Dodatkowo, przy zmianie rozłożenia obciążeń konstrukcje te mogą doznawać znacznych przemieszczeń, a pod wpływem obciążeń zmieniających się w czasie łatwo wpadają w drgania o nieliniowym charakterze.

Struktury prętowo-ciężnowe chętnie stosuje się zarówno do stosunkowo podatnych układów dachów dużych rozpiętości, jak i względnie sztywnych konstrukcji mostów bądź masztów. Rysunek 1.2 przedstawia przykłady ostatnio realizowanych obiektów, w których pręty oraz ciężna są głównymi elementami nośnymi: a) most łukowy w Puławach – projekt Pomost S.C., zob. CHRÓŚCIELEWSKI I IN. [2010a]; b) tramwajowy most przez rzekę Brdę w Bydgoszczy – projekt Gotowski Sp. z o.o., zob. CHRÓŚCIELEWSKI I IN. [2010b]; c) wiadukt drogowy nad ul. Maczka w Białymstoku – projekt BPBK SA, zob. WAŁĘGA I IN. [2015]. Autor brał czynny udział w analizach teoretycznych i badaniach odbiorowych zaprezentowanych konstrukcji.



Rys. 1.2. Struktury częściowo prętowo-ciężnowe: a) most łukowy (Puławy); b) tramwajowy most podwieszony (Bydgoszcz); c) most łukowy (Gdańsk)

Wszystkie wymienione konstrukcje ze względu na zwiększoną odkształcalność są szczególnie wrażliwe na obciążenia dynamiczne (KOZAKIEWICZ I IN. [1988]). Dokładna analiza charakterystyk dynamicznych, do których zalicza się częstość drgań własnych, amplitudę drgań wymuszonych, logarytmiczny dekrement tłumienia oraz współczynnik pulsacji i nieliniowości, pozwala na wnioskowanie o pracy dynamicznej układów podczas działania zewnętrznych obciążeń dynamicznych.

Dla każdej konstrukcji, której głównym elementem nośnym jest napięte ciężno, istnieje zaledwie jeden stan obciążenia, który zwykło się nazywać równoważnym i który nie powoduje istotnej zmiany początkowego kształtu ciężna. Im bardziej działające obciążenie

różni się od równoważnego, tym silniej przejawia się nieliniowość układu. Przemieszczenie każdego punktu ciężna będzie różnić się ilościowo i jakościowo w zależności od działającego schematu obciążenia. Dodatkowo, obciążenie to będzie wpływało na postać drgań układu.

W rozważaniach prowadzonych na potrzeby niniejszej pracy ograniczono się do konstrukcji prętowo-ciężnowych o małej strzałce zwisu elementów kablowych (tj. takich, w których strzałka zwisu jest znacząco mniejsza od rozpiętości, co pozwala na przyjęcie pewnych uproszczeń w obliczeniach). Wykonywano analizy statyczne oraz dynamiczne, ograniczone do wyznaczenia częstotliwości i postaci drgań własnych.

1.2. Teoria prętów

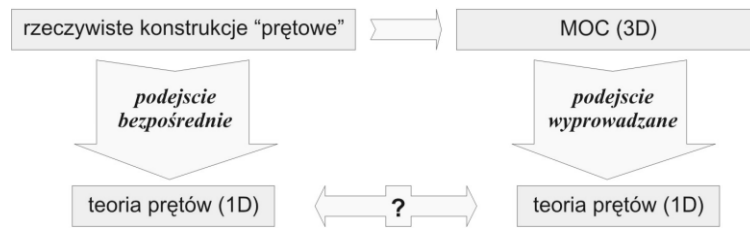
Każde ciało materialne, niezależnie od jego proporcji wymiarowych, w istocie zawsze jest ośrodkiem trójwymiarowym (3D). Jednak z perspektywy mechaniki i jej możliwości analityczno-obliczeniowych ciała klasyfikuje się jako:

- bezpośrednio pierwotne trójwymiarowe zagadnienie typu kontynualnego (3D), a także zagadnienia płaskie 2D – PSN, PSO i osiowo obrotowe;
- zredukowane do dwóch wymiarów zagadnienie powierzchniowe (2D – płyty, powłoki) czy też do jednego wymiaru (1D – pręty).

Celem teorii jedno- i dwuwymiarowych jest z założenia dostarczenie tylko pewnych częściowych (podstawowych) informacji dotyczących wielkości uśrednionych, tzw. strukturalnych, opisanych i ograniczonych do założonej dziedziny odniesienia, tj. powierzchni lub krzywej.

Jeśli rozważane ciało, dalej określane jako ciało typu pręt lub pręt, ma szczególne proporcje geometryczne (jeden wymiar znacznie większy od dwóch pozostałych), to jego dynamikę i kinematykę można opisać poprzez funkcje określone tylko na pewnej wyróżnionej krzywej przestrzennej nazywanej osią. Mechanika prętów należy do teorii, w której wszystkie funkcje zależą tylko od jednej zmiennej przestrzennej i czasu. Sens takiego podejścia wynika z faktu, że w wielu przypadkach rozwiązanie zadania trójwymiarowego nie byłoby możliwe w sytuacji, w której z problemem radzi sobie dobrze i w sposób wystarczający teoria prętów.

Przegląd historii mechaniki wskazuje, że przez dziesiątki lat jednowymiarowe teorie prętów były rozwijane w ramach różnych podejść do zagadnienia, przy czym dwa z nich można nazwać podejściami głównymi (rys. 1.3).



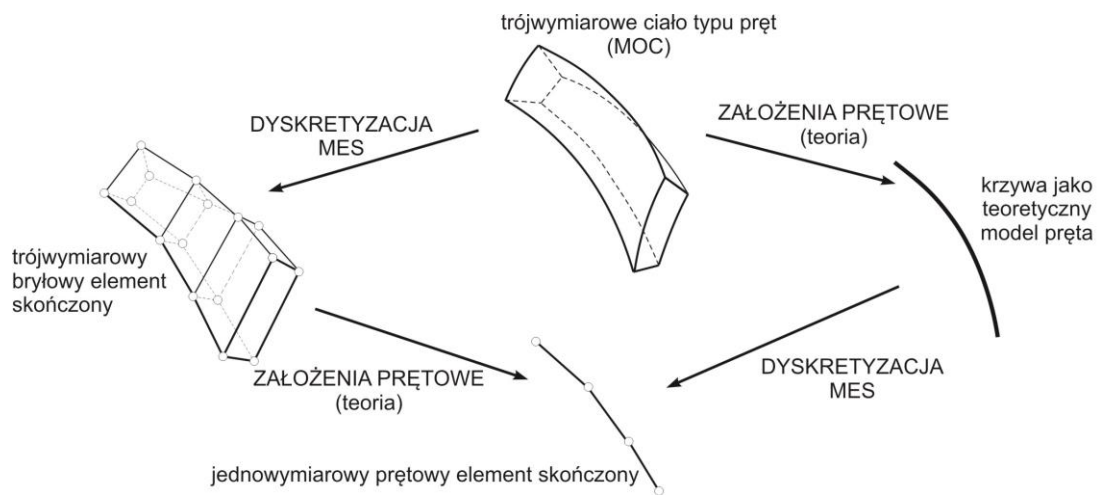
Rys. 1.3. Główne podejścia stosowane i rozwijane w ramach teorii prętów

Pierwsze, nazywane *podejściem bezpośrednim*, zapoczątkował już EULER w zagadnieniu ściskanego osiowo pręta, badając właściwości krzywej sprężystej bez bezpośredniego odwoływania się do zagadnienia 3D. W zagadnieniu tym deformację pręta identyfikował jako końcową fazę położenia tej krzywej. Podejście bezpośrednie wykorzystują m.in. NAGHDI [1980], ANTMAN I KENNEY [1981]. Reasumując, w podejściu tym traktuje się pręt jako jednowymiarowe kontinuum materialne o pewnych własnościach dynamicznych (statycznych) i kinematycznych, budując teorię jako całkowicie niezależną od mechaniki 3D.

Można uznać, że drugie podejście, nazywane *wyprowadzanym*, pochodzi od KIRCHOFFA. Pręt traktuje się tu jako ciało trójwymiarowe o pewnej szczególnej geometrii kształtu, w której dominuje jeden wymiar związany z długością pręta. W kolejnym etapie teorii trójwymiarową ciała typu pręt (3D) redukuje się na podstawie szczególnych przesłanek do teorii jednowymiarowej, w której wszystkie funkcje opisane są już na pewnej krzywej (1D) nazywanej osią pręta. Stosuje się różne hipotezy redukcji przekroju do osi. Najczęściej do opisu deformacji i stanu naprężenia w przekroju pręta wprowadza się różne więzy. Począwszy od SAINT VENANTA i KIRCHOFFA, wyprowadzenie modelu pręta z teorii 3D oparto na upraszczających hipotezach kinematycznych. Początkowo takie podejście pozwalało na efektywne wyprowadzenie prostszych modeli 1D, a aplikacja hipotez kinematycznych stała się naturalnym elementem wyprowadzenia mechaniki prętów. Niestety, proces rzeczywistej deformacji jest zwykle bardzo skomplikowany i nie można go opisać wprost. W celu wykorzystania jakiegokolwiek hipotezy kinematycznej już na początku należy przyjąć pewne przybliżenia, wprowadzając sztuczne ograniczenia do ruchu ciała 3D. Do najczęściej stosowanych zalicza się tu model belki EULERA-BERNOULLIEGO oraz TIMOSCHENKI (DILL [1992]). W rozwiązywaniu tych problemów znajdują zastosowanie *metody reszduów ważonych*, jak również *podejście asymptotyczne*, jednak wymagają one zastosowania zaawansowanych narzędzi matematycznych. Reasumując, w podejściu tym startuje się z klasycznych trójwymiarowych równań mechaniki kontinuum (3D) i przez aplikację redukcji oraz procedury aproksymacyjne próbuje się otrzymać jednowymiarowe równania problemu i zależności konstytutywne dla rozpatrywanego ośrodka.

Z matematycznego punktu widzenia szczególnie atrakcyjne wydaje się *podejście bezpośrednie*, jednak jego poprawność może być zweryfikowana wyłącznie na drodze doświadczalnej. Z drugiej strony *podejście wyprowadzane*, startujące od trójwymiarowego opisu ciała typu pręt, z perspektywy intuicji inżynierskiej wydaje się bardziej przekonujące. Okazuje się, że podstawowe równania obu tych podejść mają identyczną postać. Jednak, jak wskazano w pracy ERICKSEN I TRUESDELL [1957], występujące w równaniach podstawowych obydwu podejść podobne wielkości fizyczne mają różny sens, są bowiem definiowane w różny sposób. Dlatego czasami bezpośrednie porównywanie samych teorii prętów formułowanych na podstawie tych dwóch różnych podejść jest raczej trudne.

Poza wspomnianym głównym nurtem podejść klasycznych wraz z rozwojem metod numerycznych pojawiło się tzw. *podejście zdegenerowane* (rys. 1.4). Podejście to łączy hipotezy redukujące ośrodek 3D z aproksymacją skończone elementową w jednej procedurze, nazywanej właśnie degeneracją (RAMM [1977]). Niestety, w wyniku takiego połączenia traci się możliwość badania wpływów przybliżeń pochodzących z jednej strony z formułowanej teorii, a z drugiej – z metod numerycznych. Zaletą podejścia zdegenerowanego jest możliwość bezpośredniego wykorzystania trójwymiarowych praw konstytutywnych, wadą zaś – konieczność stosowania całkowania po objętości elementu (3D).

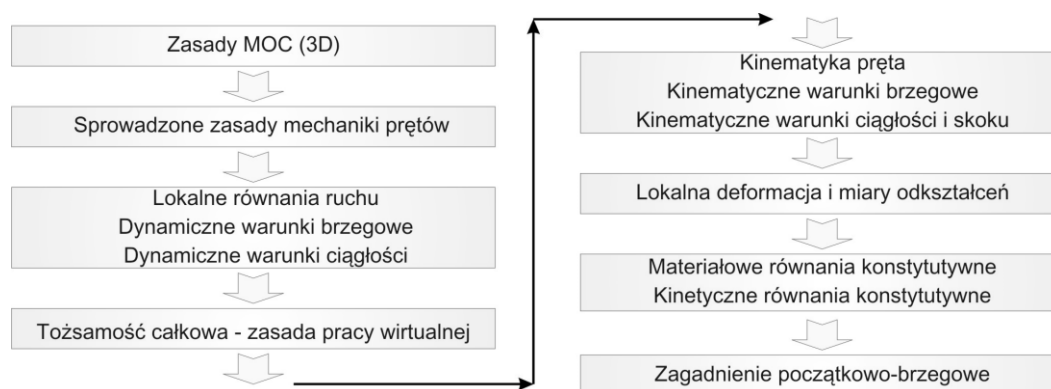


Rys. 1.4. Strategia wyprowadzania elementów prętowych

W przeciwieństwie do podejścia zdegenerowanego klasyczne sformułowania teorii prętów, bazujące na hipotezach kinematycznych wykorzystywanych do opisu deformacji 3D, pozwalają na naturalne wydzielenie kinematyki krzywej odniesienia od punktów leżących w przekroju poprzecznym. Na tej podstawie rząd całkowania zmienia się z 3D do 1D plus całka po przekroju poprzecznym, co radykalnie redukuje czas obliczeń macierzy elementowych.

Nieliniowa analiza prętów przestrzennych metodą elementów skończonych jest przedmiotem wielu prac, m.in.: BATHE I BOLOURCHI [1979], CARDONA I GERADIN [1988], IURA I ATLURI [1988, 1989], PAI I PALAZOTTO [1996], PETROV I GERADIN [1998], SMOLEŃSKI [1999], RUBIN [2001], NARDINOCCHI I IN. [2002]. Różne zagadnienia nieliniowej dynamiki prętów przestrzennych rozważali m.in. SIMO I VU-QUOC [1988], SIMO, TARNOW I WONG [1992], CRISFIELD, GALVANETTO I JELENIC [1997], JELENIC I CRISFIELD [1998], WEISS [2002], IURA, SUETAKE I ATLURI [2003], CAO I IN. [2005], [2006], [2008]. Nieliniowe zadania przestrzennych układów prętowych rozważali np. LANGNESE I IN. [1993] oraz QUADRELLI I ATLURI [1998]. Szerokie spojrzenie na rozwój teorii prętów na łamach historii prezentuje praca LUO [2010].

Traktując pręt jako ciało materialne w sensie mechaniki ośrodków ciągłych, schemat postępowania w ramach przyjętego tu podejścia naszkicowano na rys. 1.5 (zob. CHRÓSCIELEWSKI I IN. [2004]).



Rys. 1.5. Schemat formułowania wykorzystanej teorii prętów

Zgodnie ze schematem w podejściu mieszanym przyjętym w pracy zasady mechaniki dla prętów formułowane są w sposób *ściśle*, przez bezpośredni zapis ogólnych zasad MOC (mechaniki ośrodków ciągłych 3D) na krzywej podstawowej (osi pręta). Formułowane w ten sposób globalne, całkowite zasady mechaniki prętów są wyrażone przez przekrojowe funkcje sił i momentów, określone tylko na osi pręta, uzyskane przez ściśle scałkowanie po przekroju odpowiednich pól trójwymiarowych. Z tych jednowymiarowych zasad ogólnych wynikają lokalne równania ruchu, dynamiczne warunki brzegowe oraz warunki ciągłości i skoku w punktach osobliwych. Do tego miejsca teoria ma charakter wyprowadzany.

Następnie na podstawie lokalnych zasad mechaniki prętów formułuje się tożsamość całkową, interpretowaną fizycznie jako jednowymiarowa prętowa zasada pracy wirtualnej. Wiąże ona przekrojowe wielkości dynamiczne i odpowiadające im energetycznie sprzężone jednowymiarowe wielkości kinematyczne. Z fizycznego punktu widzenia funkcje te

reprezentują uśrednione energetycznie po przekroju wirtualne translacje i rotacje oraz wirtualne odkształcenia i zgięcia, które są określone tylko na osi pręta jako krzywej podstawowej.

Następnie z funkcji wirtualnych (prędkości) odzyskuje się odpowiadające im jednowymiarowe funkcje przesunięć i obrotów, opisujące lokalne przemieszczenie pręta (1D), oraz pola odkształceń i zgięć, opisujące lokalny stan deformacji (1D). Te miary przemieszczeń i deformacji w pręcie są formułowane jako wielkości osiowe (jednowymiarowe), niemające bezpośredniego odniesienia do trójwymiarowych pól przemieszczeń i odkształceń w ciele typu pręt (3D). Tak energetycznie określona jednowymiarowa kinematyka pręta wynika w jednoznaczny sposób ze ścisłych równań dynamiki i z dynamicznych warunków ubocznych pręta bez wprowadzania uproszczeń. To ujęcie umożliwia pewną swobodę jednowymiarowej (1D) kinematycznej interpretacji pól trójwymiarowych (3D) po wcześniejszej odpowiedniej ich dekompozycji. Dodatkowo, taką interpretację można przeprowadzić dla warunków brzegowych.

Kolejno formułuje się równania konstytutywne, wiążące uzyskane jednowymiarowe funkcje dynamiczne (statyczne) i kinematyczne. Równania te są relacjami fizycznymi, opartymi na badaniach eksperymentalnych, które zawsze są obarczone pewnym błędem, podobnie jak równania konstytutywne mechaniki ośrodka ciągłego. Równania konstytutywne zamykają układ zależności nieliniowej mechaniki prętów i umożliwiają sformułowanie zagadnienia początkowo-brzegowego, które jest podstawą analizy zadań szczegółowych.

Większość autorów ogranicza się do diagonalnej postaci macierzy konstytutywnej, znanej z klasycznej teorii prętów (np. CARDONA I GERADIN [1988], SIMO I VU-QUOC [1986]). Na przykład w opracowaniu SMOLEŃSKI [1999] zastosowano formalne podejście do redukcji trójwymiarowych relacji konstytutywnych z geometrycznymi efektami zakrzywienia pręta prowadzącymi do sprzężeń pozadiagonalnych. Zaletą charakteryzującą podejście przyjęte w rozprawie jest fakt zgromadzenia wszelkich założeń jedynie w obrębie równań konstytutywnych MIŚKIEWICZ [2011]. Oznacza to, że relacje konstytutywne są jedynym wymiennym składnikiem proponowanej teorii prętów, pozostałe zaś przy zmianie problemu nie muszą być modyfikowane.

Podsumowując, w prezentowanym podejściu nie stosuje się hipotez upraszczających, aż do momentu zapisu praw konstytutywnych dopuszcza się dowolną deformację ciała typu pręt (3D). Na poziomie zasady prac wirtualnych teoria jest uniwersalna, a wszystkie fizyczne

rozważania o deformacji i właściwościach materiałowych są wbudowane w relacje konstytutywne.

Należy dodać, że przyjęta procedura rozwiązania zagadnienia nieliniowego wykorzystuje metodę elementów skończonych (MES). Główne trudności związane z implementacją numeryczną problemu wynikają z charakteru przestrzeni konfiguracyjnej, która z powodu zawartej w jej definicji grupy obrotów $SO(3)$ nie ma struktury przestrzeni liniowej. W rezultacie procedura rozwiązania MES wymaga specjalnych technik aproksymacji w dziedzinie zarówno przestrzeni, jak i czasu, odpowiedniej linearyzacji równań oraz specjalnej parametryzacji (w pracy wykorzystano kanoniczną) i akumulacji (w części multiplikatywnej) zmiennych powiązanych z grupą obrotów.

1.3. Aplikacja – monitoring konstrukcji

Ciągłą obserwację stanu technicznego konstrukcji budowlanych (monitoring) umożliwiają znaczny postęp technologiczny w dziedzinie elektronicznych systemów pomiarowych oraz ich relatywnie niska cena w stosunku do zapewnienia bezpieczeństwa użytkowników. Systemy, które pozwalają w sposób ciągły sprawdzać kluczowe parametry techniczne (WILDE I IN. [2007], RUCKA, WILDE [2013]), są stosowane w konstrukcjach o szczególnym znaczeniu, w których potencjalna awaria może stanowić zagrożenie życia ludzkiego, mieć negatywny wpływ dla środowiska czy też spowodować dotkliwe straty finansowe.

W przypadku budownictwa ogólnie można stwierdzić, że stosowanie ciągłej obserwacji technicznej zwykle nie jest konieczne, gdyż w większości obiektów wystarcza prowadzenie cyklicznych oględzin bądź wykonanie obciążeń próbnych (np. CHRÓSCIELEWSKI I IN. [2009]). Jednak w przypadku nietypowych konstrukcji o szczególnym znaczeniu, jak np. mosty (MALINOWSKI [2003], MALINOWSKI I RUTKOWSKI [2005], MIŚKIEWICZ M. [2008]) czy stadiony, lub obiektów, co do których istnieją wątpliwości związane z ich stanem technicznym, użycie tego rodzaju systemów jest często wybieranym rozwiązaniem (WILDE I IN. [2009a, 2009b, 2009c]). Wiedza o zachowaniu się rzeczywistej konstrukcji pod wpływem obciążeń eksploatacyjnych lub czynników atmosferycznych (DUDEK I WILDE [2007]) pozwala precyzyjnie określić jej stan i tym samym podejmować racjonalne decyzje o dopuszczeniu obiektu do dalszego użytkowania, określeniu niezbędnego zakresu remontu lub ostatecznie likwidacji obiektu.

Systemy elektroniczne są powszechnie używane do ciągłego pomiaru różnorodnych parametrów fizycznych i chemicznych. W przypadku konstrukcji budowlanych najczęściej mierzy się i archiwizuje wartości przemieszczeń, odkształceń, prędkości, przyspieszeń,

temperatury, siły i kierunku wiatru oraz wysokości warstwy zalegającego śniegu. Do pomiarów ciągłych stosuje się tensometry elektrooporowe, ekstensometry, indukcyjne czujniki przemieszczeń, czujniki rozwarcia rys, akcelerometry, inklinometry itp. W innowacyjnych technologiach pomiarowych wykorzystuje się czujniki światłowodowe (ZASADA I WILDE [2007]) oraz wiązki laserowe. Niestety, podczas monitoringu liczba punktów, w których można zainstalować czujniki pomiarowe, jest skończona i ograniczona. Analiza wrażliwości (np. MIKULSKI [2010], KUJAWA [2007]) zawężona tylko do stanu aktualnego lub projektowego czy też modele niezawodności (np. SKOWRONEK [2006]) nie zawsze dają wystarczające rezultaty w dziedzinie czasu. W takim wypadku bardzo pomocne mogą się okazać systemy wspierane przez symulacje numeryczne wykonywane w czasie rzeczywistym, które na podstawie zakodowanych w systemie danych na temat struktury i danych pomiarowych zebranych ze skończonej – często nawet niewielkiej – liczby punktów pozwolą na ekstrapolację i określenie stanu wyężenia konstrukcji w dowolnym jej miejscu. Taką możliwość daje powszechna dostępność stosunkowo szybkich komputerów, które w czasie rzeczywistym niemal jednocześnie rejestrują pomiary, przetwarzają dane, wykonują symulacje numeryczne na modelach teoretycznych obiektów oraz za pomocą odpowiedniego systemu eksperckiego podejmują decyzję co do definicji stanu konstrukcji.

Prototypowy system ciągłej obserwacji technicznej dachu hali Olivia w Gdańsku został zaprojektowany i wykonany w celu zapewnienia wczesnego wykrywania prawdopodobnych scenariuszy awarii w okresie poprzedzającym jego remont, tj. od marca 2009 do czerwca 2010 r. (WILDE I IN. [2009a, 2009b, 2009c, 2013], WILDE [2010]). Do budowy systemu wykorzystano stworzony i przetestowany autorski program B6, służący do nieliniowej analizy konstrukcji prętowo-ciężnowych, zbudowany w formalizmie metody elementów skończonych. Założono, że do jego budowy zostanie wykorzystana zaawansowana teoria prętów. Zakłada ona podejście wolne od założeń typowych dla sformułowań klasycznych. Dla rozważanego ciała typu pręt równania jednowymiarowe przyjętej teorii, z wyjątkiem strony formalno-matematycznej, nie miały zawierać założeń upraszczających aż do etapu zapisu praw konstytutywnych. Autorski program B6 pozwala na analizę przestrzennych konstrukcji prętowo-ciężnowych w zakresie nieograniczonych translacji i rotacji.

Aplikacja programu B6 miała miejsce w systemie monitoringu dachu hali sportowo-widowiskowej Olivia w Gdańsku (rys. 1.6a). Elementy konstrukcji wykazały nadmierne, obserwowalne gołym okiem deformacje (rys. 1.6b). Do oceny stanu technicznego całej konstrukcji hali, ze szczególnym uwzględnieniem dachu, został powołany zespół ekspercki

ugięć i odkształceń (naprężeń) w przekrojach pomiarowych od poszczególnych schematów obciążenia próbnego – potwierdziły zachowanie się konstrukcji przewidziane w obliczeniach (CHRÓSCIELEWSKI I MIŚKIEWICZ [2009]). Zbudowanie strukturalnych modeli obliczeniowych pozwoliło na uwzględnienie wpływu przestrzennej pracy konstrukcji na wartości sił wewnętrznych w elementach konstrukcji dachu i przeprowadzenie symulacji ewentualnych awarii dachu. Ostatecznie stan dachu nad Halą Olivia w Gdańsku określono jako przedawaryjny i obiekt do użytkowania dopuszczono jedynie warunkowo z zaleceniem remontu i zainstalowania systemu monitoringu technicznego, który zapewniłby bezpieczeństwo użytkowników.

W systemie monitoringu wykorzystano autorski program B6. Jego współpraca z pozostałymi modułami zakładała, że po zebraniu danych z czujników pomiarowych, dotyczących przemieszczeń, odkształceń i temperatury konstrukcji, będzie on w czasie rzeczywistym wykonywał obliczenia, analizując wszystkie elementy konstrukcji pod względem wystąpienia ewentualnych awarii. Iteracyjnie program będzie poszukiwał założonego parametru identyfikującego obciążenie – „równoważnej warstwy pokrywy śniegu”. Po zakończeniu obliczeń informacja o stanie dachu była przekazywana do nadrzędnego systemu eksperckiego, który na tej podstawie podejmował decyzję i wysyłał odpowiednim służbom komunikat, czy użytkowanie obiektu jest bezpieczne.

1.4. Struktura opracowania

Rozdział 1 jest wstępem do zagadnień poruszanych w pracy. Omówiono tu podstawy monitoringu konstrukcji i teorii prętów.

Rozdział 2 zawiera wyprowadzenie jednowymiarowej teorii prętów przestrzennych w zakresie geometrycznie nieliniowym z jednoczesnym oszacowaniem kresu górnego zakresu sprężystego pręta. W szczególności:

- wyprowadzono komplet równań rozważanej teorii prętów;
- podano ściśle wielkości statyczne i kinematyczne dla ciała typu pręt – równania jednowymiarowe rozważanej teorii prętów do poziomu praw konstytutywnych nie zawierają założeń o początkowym lub zdeformowanym kształcie ciała;
- zastosowano najprostsze prawo konstytutywne w ramach pierwszego przybliżenia, równoważne założeniu o płaskim przekroju.

Rozdział 3 zawiera opis formalizmu MES wykorzystany do budowy programu B6:

- poziom globalny – standardowy algorytm MES w zadaniach nieliniowych;

- reguły akumulacji rotacyjnych stopni swobody (parametryzacja kanoniczna);
- sterowanie rozwiązaniem nieliniowym parametrem: obciążenia, przemieszczenia i/lub długości łuku;
- rozwiązanie problemu własnego – małych drgań nałożonych na skończone deformacje;
- poziom elementu – algorytm numeryczny realizujący ściśle równania teorii prętów dla kinematyki i dynamiki (statyki), obrót jest przedstawiony lokalnie poprzez macierz rotacji;
- na bazie zasady wirtualnych przemieszczeń sformułowano bibliotekę izoparametrycznych 2-, 3-, 4-węzłowych prętowych oraz 2-węzłowych kratowych (ciągnowych) elementów skończonych typu Lagrange'a;
- do całkowania zależności elementowych użyto standardowej kwadratury Gaussa-Legendre'a o rzędzie odpowiadającym całkowaniu pełnemu (FI) lub jednolicie zredukowanemu (URI).

Rozdział 4 zawiera testy działania autorskiego programu B6 na przykładach dostępnych w literaturze przedmiotu. Przeliczone zadania wskazują na możliwość zastosowania elementów skończonych dostępnych w programie B6 do silnie nieliniowych zagadnień, które można rozwiązać jedynie w niektórych bardzo zaawansowanych programach komercyjnych.

Rozdział 5 zawiera opis badań, które wykonano dla konstrukcji dachu hali Olivia w Gdańsku. Zaprezentowano wyniki dotyczące zarówno analiz numerycznych, jak i badań *in situ* dla pojedynczego niewbudowanego dźwigara oraz całej struktury w zakresie zarówno statycznym, jak i dynamicznym. Zamknięcie rozdziału stanowi opis przystosowania programu autorskiego do systemu monitoringu wraz z przykładami działania. Zaprezentowano tu rozwiązanie prototypowe ze względu na rozbudowany moduł obliczeniowy oparty na programie B6, bazujący na szczegółowym modelu teoretycznym dachu, oraz sprzężony z nim system ekspercki.

Rozdział 6 jest podsumowaniem wyników i zestawieniem wniosków.

Monografię uzupełniają umieszczone na końcu dodatki, które dotyczą:

- A. zagadnień geometrii różniczkowej w kontekście krzywych przestrzennych;
- B. grupy obrotów $SO(3)$, jej parametryzacji i akumulacji obrotów;
- C. interpolacji zarówno w przestrzeni liniowej, jak i na grupie obrotów;
- D. całkowania numerycznego, *lockingu* i form pasożytniczych;
- E. metod sterowania rozwiązaniem nieliniowym – śledzenia ścieżek równowagi;

F. działania, układu danych wejściowych i formy otrzymywanych wyników autorskiego programu B6.

Monografia, podobnie jak opracowania PYRZOWSKI [2011], SABIK [2012], jest przeredagowaną i uzupełnioną o uwagi recenzentów wersją rozprawy doktorskiej autora pt. *Nieliniowa analiza stanów przedawaryjnych konstrukcji prętowo-ciężnowych w ujęciu metody elementów skończonych*. Obrona pracy odbyła się w dniu 28.01.2011 r. przed Radą Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej, a stopień doktora nauk technicznych został autorowi nadany z wyróżnieniem.

Praca została sfinansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2012/05/D/ST8/02298.